

Das dynamische Verhalten des Hohlpinch-Effektes

Von GÜNTHER LEHNER *

Aus dem Institut für Plasmaphysik, Garching bei München
(Z. Naturforsch. 16 a, 548–562 [1961]; eingegangen am 23. Februar 1961)

In a tubular pinch configuration the plasma cylinder is simultaneously compressed by magnetic fields radially as well from the outside as from the inside. This configuration is investigated theoretically and experimentally. For the theoretical model ohmic resistivities are neglected and adiabatic compression is assumed. This theoretical model yields the times of the successive compressions of the plasma. For the experiments a capacitor bank of 40 μ F and 40 kV is used. It is discharged through a vessel of 50 cm length, 10 cm I. D. and 20 cm O. D. at 10^{-2} to 10^{-1} mm of deuterium. The max. currents are approximately 700 kA. The half period is 4,5 μ sec. Measurements of currents are made with Rogowski-coils, of magnetic fluxes with loops and of magnetic fields with probes. The time history of the intensity of a number of spectral lines is recorded. The experimental results are compared with the theory. The experimental times at which compressions occur are found to be 10% larger than the theoretical times. This discrepancy can be eliminated by the proper choice of a factor in the theory.

Two oscillatory modes evolve from the linearization of the equations of the adiabatic model. These modes resemble the in and out of phase coupling of two pendulums. Due to the cylinder symmetry of the plasma configuration the in phase oscillation is excited. When the amplitude of this oscillation becomes large enough for the plasma to hit the walls the appearance of spectral lines of impurities from the walls is observed. The intensities of these impurity-lines first decrease and then increase with increasing stabilizing longitudinal magnetic fields. The minimum of the intensities of the lines is found to lie between 500 and 1000 Gauss. The initial decrease of the intensities is interpreted as an increase of the stability of the plasma, while the succeeding increase of intensities is interpreted as a consequence of the in phase oscillation.

In der folgenden Arbeit sollen Versuche beschrieben werden, die dazu dienen, einen Überblick über das Verhalten des linearen Hohlpinch-Effektes zu gewinnen. Es handelt sich dabei um einen Plasmahohlzylinder, der durch magnetische Felder gleichzeitig von außen nach innen (wie beim normalen Pinch-Effekt) und von innen nach außen (wie beim sogenannten Antipinch-Effekt) komprimiert wird. In der amerikanischen Literatur^{1–4} wird er „tubular“ oder auch „triaxial“ pinch genannt. Die Geometrie von Strömen und Feldern geht aus Abb. 1 hervor. Zum Zwecke des Vergleiches enthält diese auch die wichtigsten anderen linearen Pinch-Effektanordnungen. Es sei nur nebenher bemerkt, daß es in allen Fällen entsprechende toroidale Gegenstücke gibt. Beim Hohlpinch handelt es sich um das sogenannte „Levitron“^{5,6}. Es hat seinen Namen daher, daß man den Innentorus, um materielle Durchdringungen des Plasmas zu vermeiden, durch magnetische

Wechselfelder zum Schweben bringt. Die toroidalen Anordnungen dienen der Vermeidung der Endeffekte, haben dafür aber andere Nachteile. Auf diese Probleme soll hier jedoch nicht eingegangen werden.

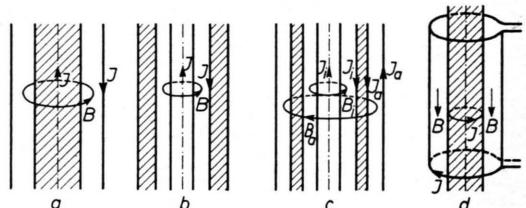


Abb. 1. Lineare Pinch-Anordnungen
 a normaler Pinch,
 b Antipinch,
 c Tubular Pinch = Hohlpinch,
 d azimutaler Pinch.

Der Hohlpinch-Effekt zeichnet sich durch ein günstigeres Stabilitätsverhältnis dem normalen Pinch-

* Auszug aus einer Dissertation, TH München 1960.

¹ O. A. ANDERSON, W. R. BAKER, J. ISE JR., W. B. KUNKEL, R. V. PYLE u. J. M. STONE, Proc. 2nd UN Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Genf 1958, Bd. 32, S. 150.

² O. A. ANDERSON, W. R. BAKER, J. ISE JR., W. B. KUNKEL, R. V. PYLE u. J. M. STONES, University of California Rad. Lab. UCRL 8153 (1958).

³ S. A. COLGATE, Proc. 2nd Int. Conf. on Peaceful Uses of Atomic Energy, Genf 1958, Bd. 32, S. 123.

⁴ W. R. BAKER bzw. O. A. ANDERSON, University of California Rad. Lab., Controlled Thermonuclear Research Quarterly Reports: UCRL 8682 [1959], 37; UCRL 8775 [1959], 49; UCRL 8887 [1959], 75; UCRL 9002 [1959], 68.

⁵ S. A. COLGATE u. H. P. FURTH, Univ. of California Rad. Lab. UCRL 5392 [1958].

⁶ S. A. COLGATE u. H. P. FURTH, Univ. of California Rad. Lab. UCRL 5862 [1960].



effekt gegenüber aus. Das ist aber nur einer der Gründe, ihn hier zu untersuchen. Es ist beabsichtigt, ihn zur Erzeugung und Untersuchung quasi-ebener magnetohydrodynamischer Stoßwellen zu benutzen, was aber nicht im Rahmen dieser Arbeit geschehen soll. Stoßwellen kann man auch mit Hilfe des gewöhnlichen Pinch-Effektes erzeugen. In diesem Falle macht jedoch die Konvergenz der Stoßwellen auf die Zylinderachse hin Schwierigkeiten bei der Deutung der Experimente und beim Vergleich mit der Theorie.

Der erste Abschnitt bringt den Versuchsaufbau und die angewandten Meßmethoden. Im nächsten Abschnitt folgt eine theoretische Beschreibung der Vorgänge während der Entladung. Dazu dient ein idealisiertes Modell, das zwar quantitativ nicht genau stimmt, aber ein qualitatives Verständnis ermöglicht. Im dritten Abschnitt werden die so gewonnenen Ergebnisse mit dem Experiment verglichen. Es sei bemerkt, daß das elektromagnetische CGS-System zugrunde gelegt ist. Nur in Diagrammen werden aus praktischen Gründen andere Einheiten verwendet.

1. Versuchsanordnung und Meßmethoden

Entsprechend Abb. 1 c hat man ein konzentrisches System aus zwei metallischen Rückleitern („Innenleiter“ und „Außenleiter“) und einen Plasmahohlzylinder. Im Falle unendlicher Leitfähigkeit des Plasmas bleibt dieser feldfrei, d. h. an der Plasmainternwand fließt dem Betrage nach derselbe Strom wie im Innenleiter, in der Plasmaaußenwand derselbe wie im Außenleiter. Das innere Magnetfeld ist umgekehrt orientiert wie das äußere. Außerhalb des Außenleiters und innerhalb des Innenleiters befindet sich (solange keine longitudinalen Stabilisierungsfelder überlagert werden) kein Feld.

Als Stromquelle dient eine Kondensatorbatterie. Abb. 2 zeigt die Versuchsanordnung. Der Stromkreis ist dabei folgender: Die Hochspannungsseite der Batterie ist mit der oberen Elektrode des Entladungsgefäßes verbunden. Von hier fließt der Strom durch das Plasma auf die untere Elektrode und dann zum Teil über den Innenleiter, zum Teil über den Außenleiter zur Batterie zurück. Abb. 3 gibt ein elektrisches Ersatzschaltbild der Anordnung, und Tab. 1 die Daten des Entladungskreises. Dabei ist zu beachten, daß sich diese auf den Fall unendlich leitfähigen an den Gefäßwänden anliegenden Plasmas beziehen. Im Experiment ändern sich alle Werte wegen der mit der Bewegung des Plasmas ver-koppelten Änderung der Induktivitäten L_a und L_i (siehe den nächsten Abschnitt).

Das Entladungsgefäß besteht aus zwei Duranglaszylinern von etwa 0,8 cm Wandstärke und 50 cm Länge. Der Innendurchmesser des äußeren Zylinders beträgt 20 cm, der Außendurchmesser des inneren

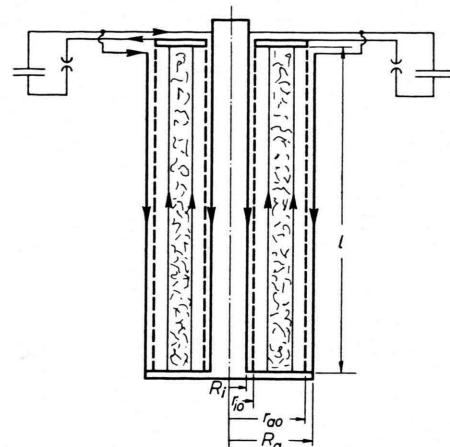


Abb. 2. Hohlpinch, Versuchsanordnung.
 $R_i = 3,7 \text{ cm}$; $r_{i0} = 5 \text{ cm}$; $r_{a0} = 10 \text{ cm}$; $R_a = 11,5 \text{ cm}$;
 $l = 50 \text{ cm}$.

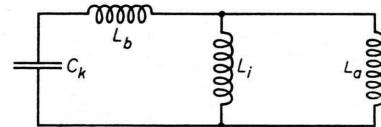


Abb. 3. Elektrisches Ersatzschaltbild (Widerstände vernachlässigt).

$$\begin{aligned}
 C_K &= 40 \cdot 10^{-6} \text{ F}, & L_{i0} &= 3 \cdot 10^{-8} \text{ Hy}, \\
 U_0 &= 30 \text{ kV}, & L_{a0} &= 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ Hy}, \\
 L_b &= 4 \cdot 10^{-8} \text{ Hy}, \\
 \left(\frac{dI}{dt} \right)_{t=0} &= \frac{U_0 L_{a0}}{L_{i0} + L_b (L_{i0} + L_{a0})} = 1,9 \cdot 10^{11} \text{ A sec}^{-1}, \\
 \left(\frac{dJ_a}{dt} \right)_{t=0} &= \frac{U_0 L_{i0}}{L_{a0} + L_b (L_{i0} + L_{a0})} = 4,1 \cdot 10^{11} \text{ A sec}^{-1}, \\
 J_{\max} &= 8,5 \cdot 10^5 \text{ A}, & T &= 9 \cdot 10^{-6} \text{ sec}.
 \end{aligned}$$

Tab. 1. Die elektrischen Daten.

10 cm. Am Außenzyylinder sind 4 Stutzen zur Einführung von magnetischen Sonden angebracht. Auf Einzelheiten der Sondenmessungen sei nicht eingegangen. Die verwendeten Sonden wurden von KÖPPENDÖRFER gebaut und werden von ihm beschrieben⁷. Die Elektroden bestehen aus Edelstahl (V 2 A), die Dichtungsringe aus Perbunan. Die beiden Kupferrückleiter sind mit einigen möglichst klein gehaltenen Öffnungen für die Durchführung von Koaxialkabeln zur Abnahme der Meßsignale versehen. Zwischen dem äußeren Rückleiter und dem äußeren Glaszyylinder und dem inneren Rückleiter und dem inneren Glaszyylinder befindet sich nämlich je eine „Flußschleife“ und je eine „Rogowskispule“. Die Fluß-

⁷ W. KÖPPENDÖRFER, Dissertation, TH München 1960.

schleifen dienen zur Messung von Differenzen des Fluxes longitudinalen Meßfeldes innerhalb der jeweiligen Schleife. Solche Flußdifferenzen entstehen beim Auftreten von Instabilitäten oder im Falle der Stabilisierung durch longitudinale Felder infolge der Mitnahme von Feld durch das Plasma, was indirekt auch zu Flußänderungen außerhalb des Plasmas führt. Die Rogowski-Spulen dienen zur Messung der Ströme oder ihrer zeitlichen Ableitung, und zwar mißt die innere Spule den Strom im Innenleiter, die äußere die Differenz von Plasmastrom und Strom im Innenleiter, also den Strom im Außenleiter.

Die ganze Anordnung ist von einer Reihe mehrlagiger Spulen zur Erzeugung longitudinaler zeitlich konstanter Magnetfelder bis 1500 Gauß umgeben. Diese dienen der Stabilisierung des zunächst instabilen Hohlpinches.

Als Energiespeicher für die Entladung dient die bereits erwähnte Kondensatorbatterie. Sie besteht aus acht Kondensatoren von je $5 \mu\text{F}$ und einer maximalen Aufladespannung von 40 kV (d. h., die maximale gespeicherte Energie der Gesamtbatterie beträgt 32 kWsec). Jeder Kondensator besitzt eine eigene Trigger-Funkenstrecke. Eine ins einzelne gehende Beschreibung der Batterie erübriggt sich, da sie sich nur unwesentlich von der bisher für Versuche am normalen Pinch verwendeten unterscheidet und bereits früher beschrieben wurde⁸.

Die Entladungen werden in Deuterium von einigen 10^{-2} bis einigen 10^{-1} Torr Druck durchgeführt, wobei das Entladungsgefäß vor jeder Entladung auf etwa 10^{-5} Torr evakuiert wird. Anschließend wird es mit elektrolytisch gewonnenem und durch ein Palladiumfilter gereinigtem Deuterium auf den gewünschten Druck aufgefüllt. Man kann annehmen, daß die Deuteriumfüllung höchstens zu 1% verunreinigt ist. Dies spielt eine Rolle für den Ablauf der Entladung. Man kann dies (analog den Erfahrungen beim linearen Pinch^{8, 9}) daran sehen, daß sich eine Zweitentladung (so seien Entladungen genannt, bei denen nicht ausgepumpt und neu gefüllt wird, sondern bei denen eine zweite Entladung erfolgt über eine Füllung, die schon einer Erstentladung unterworfen war und deshalb Verunreinigungen aus Wänden und Elektroden enthält) ganz anders als eine Erstentladung verhält. Sogar innerhalb der Erstentladung ist die zweite Halbwelle nicht mehr mit der ersten vergleichbar. Darüber wird noch mehr zu sagen sein.

Zur Beobachtung eventuell auftretender Neutronen oder harter RÖNTGEN-Strahlung wurde ein Kunststoffszintillator verwendet, da solche Strahlung u. U. interessante Aufschlüsse liefern kann, wie z. B. beim normalen Pinch¹⁰. Es wird aber (jedenfalls bei der meist benutzten Aufladespannung von 30 kV) kein Effekt beobachtet. Jedoch ist es wahrscheinlich, daß man etwa bei Erhöhung der Aufladespannung oder Vergrößerung der gespeicherten Energie Neutronen bekommen kann.

⁸ E. FÜNFER, H. HEROLD, G. LEHNER, H. TUCZEK u. C. ANDELFINGER, Z. Naturforsch. **13 a**, 524 [1958].

⁹ H. HEROLD, E. FÜNFER, G. LEHNER, H. TUCZEK u. C. ANDELFINGER, Z. Naturforsch. **14 a**, 323 [1959].

Die Entstehung harter RÖNTGEN-Strahlen dagegen ist (jedenfalls wenn man den in Anm.¹¹ betrachteten betatronartigen Mechanismus voraussetzt) empfindlich von der Geometrie abhängig und beim Hohlpinch kaum zu erwarten.

Ferner wird der zeitliche Verlauf der Intensität bestimmter Spektrallinien untersucht. Dazu dient der ZEISS-Doppelmonochromator MM 12 vor einem Multiplier. Auf die Angabe von Details kann verzichtet werden. Alles Nötige findet sich bei JEANMAIRE¹², der damit am linearen Pinch spektroskopische Untersuchungen durchführte. Das zeitlich erste Auftreten von Linien z. B. des Siliciums aus der Glaswand soll z. B. Hinweise für das Auftreten von Instabilitäten liefern, die zu einem an-die-Wand-Schlagen des Plasmas führen.

Wie schon erwähnt, wird eine Vorentladung zur Vorionisierung des Plasmas benutzt. Dadurch kann die Hauptentladung leichter und vor allem definierter zünden, was die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse günstig beeinflußt. Dabei hat man jedoch einige einschränkende Bedingungen zu berücksichtigen. Die Vorionisierung soll nicht selbst schon zu einer heftigen Kompression des Plasmas führen. Es könnten dann z. B. Instabilitäten bereits während der Vorionisierung auftreten und die gewünschte Reinheit des Plasmas beeinträchtigen. Ferner ist eine einigermaßen gleichmäßige Durchionisierung des ganzen Plasmavolumens anzustreben, d. h. die Frequenz der Vorentladung darf nicht so groß sein, daß man einen extremen Skin-Effekt bekommt. Deshalb soll zunächst über die Vorentladung einiges gesagt werden. Dies ist auch darum nötig, weil man zum Verständnis der Hauptentladung z. B. die von der Vorentladung herstammenden Magnetfelder usw. kennen muß.

Die Vorentladung erfolgt durch einen zusätzlichen 9. Kondensator gleicher Art wie in der Hauptbatterie. Durch ein Laufzeitkabel passender Länge zwischen der Triggerung der Vorentladung und der der Hauptentladung wird die gewünschte Verzögerung erreicht.

Die Schwingungsdauer der Vorentladung beträgt etwa 15 μsec . Bei einer Kapazität von $5 \mu\text{F}$ hat man dann eine Induktivität des Vorentladungskreises von etwa $1 \mu\text{H}$, und bei einer Aufladespannung von z. B. 30 kV einen Maximalstrom von etwa 70 kV. Dieser Gesamtstrom fließt aus Induktivitätsgründen zu etwa 1/3 über den Innenleiter, zu etwa 2/3 über den Außenleiter. Im Plasma soll der Strom keinen oder wenigstens keinen allzu starken Skin-Effekt zeigen, damit das ganze Volumen einigermaßen durchionisiert wird. Das läßt sich an Hand von Sondenmessungen kontrollieren. Abb. 4 zeigt eine Serie von Sondenignalen, die den zeitlichen Verlauf des azimutalen Magnetfeldes an verschiedenen Stellen im Plasma wiedergeben. Abb. 5 gibt den daraus gewonnenen räumlichen Verlauf des azimutalen Feldes für verschiedene Zeiten. Abb. 4 und 5 a beziehen sich auf Entladungen ohne Stabilisierungsfeld.

¹⁰ E. FÜNFER, H. HEROLD, G. LEHNER, H. TUCZEK u. C. ANDELFINGER, Z. Naturforsch. **14 a**, 329 [1959].

¹¹ E. FÜNFER, G. LEHNER u. H. TUCZEK, Z. Naturforsch. **15 a**, 566 [1960].

¹² P. JEANMAIRE, Diplomarbeit, TH München 1959.

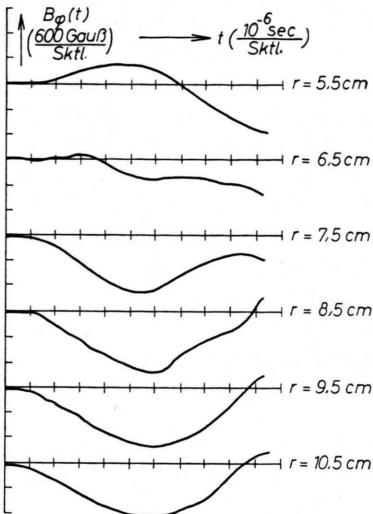


Abb. 4. Sondensignale $B_\varphi(t)$ aus der Vorentladung für verschiedene Radien (Stabilisierungsfeld $B_{z0}=0$ Gauß, Anfangsdruck $p_0=7 \cdot 10^{-2}$ Torr).

Mit einem Stabilisierungsfeld von z. B. 1000 Gauß ändern sich die Erscheinungen nur unwesentlich (Abb. 5 b). Während im ersten Fall keinerlei longitudinale Feld gemessen wird, ergeben sich im zweiten Fall zeitliche Schwankungen von maximal 200 G (also 20% des Anfangsfeldes). Sie sind wie auch die anderen Sondensignale aus der Vorentladung sehr gut reproduzierbar (d. h. bis auf wenige %) und sind Anzeichen von schwachen Pinch-Bewegungen des Plasmas.

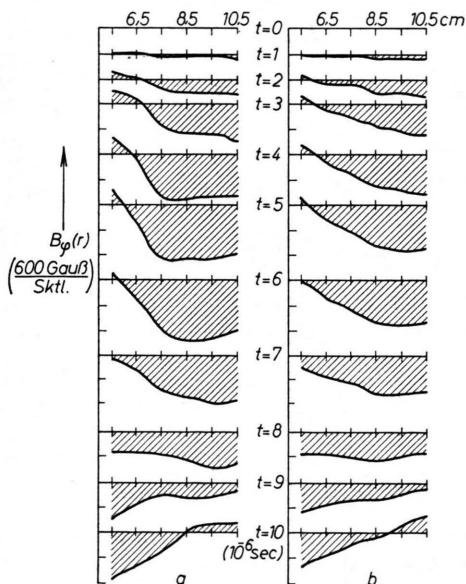


Abb. 5. Räumlicher Verlauf des azimuthalen Magnetfeldes während der Vorionisierung [$p_0=7 \cdot 10^{-2}$ Torr; a) $B_{z0}=0$ Gauß; b) $B_{z0}=1000$ Gauß].

Es sei darauf verzichtet, die Stromdichteveorteilungen anzugeben, die sich aus obigen Feldern ergeben. Statt dessen sei zum Vergleich gezeigt (Abb. 6), wie das Feld in Abhängigkeit vom Radius aussieht, wenn die Stromdichte im Plasma konstant über den ganzen Querschnitt ist, wenn der Plasma-Außenumradius doppelt so groß wie der Plasma-Innenradius ist und wenn ein Drittel des Gesamtstromes innerhalb des Plasmas zurückfließt. Die Felder der Abb. 5 haben am Anfang (für Zeiten bis etwa 5 μ sec) ein Abb. 6 ähnliches Aussehen. Das heißt, am Anfang ist der Strom etwa gleich verteilt über den ganzen Querschnitt. Später (mit zunehmender Leitfähigkeit) bildet sich mehr und mehr der Skin-Effekt aus.

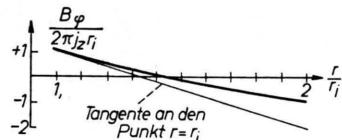


Abb. 6. Azimutales Feld bei konstanter Stromdichte j_z im Plasma, wenn $\frac{1}{3}$ des Gesamtstromes innen zurückfließt.

Die Hauptentladung wurde 8 μ sec nach Beginn der Vorentladung gezündet. Abb. 7 zeigt den zeitlichen Verlauf der Zeitableitung von Stromsumme und Stromdifferenz, also $(j_a + j_i)$ bzw. $(j_a - j_i)$. Die der ersten Halbwelle der Hauptentladung überlagerten Schwingungen röhren von den Bewegungen des Plasmas her und sollen im nächsten Abschnitt zunächst theoretisch diskutiert werden. Dabei wird sich auch zeigen, warum hier nicht die Ströme, sondern deren Summe bzw. Differenz gemessen werden.

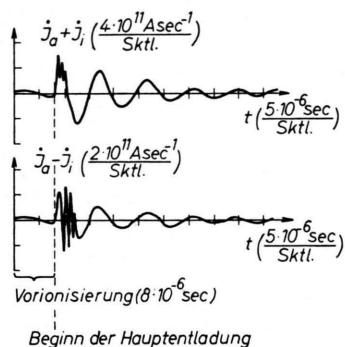


Abb. 7. Zeitlicher Verlauf von Stromsumme und Stromdifferenz ($p_0=7 \cdot 10^{-2}$ Torr, $U_0=30$ kV, $B_{z0}=0$ Gauß).

Wie Abb. 5 zeigt, existiert zur Zeit der Zündung der Hauptentladung im Plasma ein beinahe homogenes azimuthales Magnetfeld von etwa 500 Gauß. Dieses Feld wird vom Plasma eingefangen und mit diesem komprimiert, im Falle eines überlagerten longitudinalen Feldes zusammen mit diesem. Dies wird später noch eine Rolle spielen.

Die Aufladeenergie des Vorionisierungskondensators beträgt bei 30 kV Aufladespannung 2,25 kWsec. Dem steht bei einer Teilchendichte von z. B. $5 \cdot 10^{15}$ cm $^{-3}$

eine Gesamtteilchenzahl von $6 \cdot 10^{19}$ gegenüber, zu deren vollständiger Ionisierung etwa 150 Wsec nötig wären. Das heißt, man kann, wenn nur ein geringer Teil der vorhandenen Energie während der zur Verfügung stehenden 8 μ sec zur Ionisierung verwendet wird, eine ausreichende Vorionisierung erreichen.

2. Verlauf der Hauptentladung im idealisierten adiabatischen Modell

a) Das Verhalten des Entladungskreises

Im folgenden soll das Verhalten des aus Kondensatorbatterie und Entladungsgefäß gebildeten elektrischen Kreises einerseits, der Verlauf der Kompression des Plasmas andererseits, untersucht werden. Diese beiden Fragen kann man nicht voneinander trennen. Denn die jeweils vorhandene Stromstärke und das damit verbundene Magnetfeld bzw. dessen magnetischer Druck bewirken die Bewegung des Plasmas, und umgekehrt führt die Bewegung des Plasmas zu einer Veränderung des elektrischen Kreises und beeinflußt so den Ablauf der Entladung. Diese Rückwirkung des sich bewegenden und von Strömen durchflossenen Plasmas auf den Kreis ist recht kompliziert. In speziellen Fällen sind jedoch Vereinfachungen möglich. Es läßt sich zeigen¹³, daß man das Plasma beim Pinch-Effekt in einem elektrischen Ersatzschaltbild durch die Hintereinanderschaltung eines zeitabhängigen Ohmschen Widerstandes und einer ebenfalls zeitabhängigen Induktivität darstellen kann, wenn während der Plasmabewegungen die Verteilung der Stromdichten über den Querschnitt ähnlich bleibt. Bei dem hier betrachteten Hohlpinch handelt es sich wegen der Verzweigung in einen inneren und einen äußeren Strom um eine entsprechende Parallelschaltung zweier Plasmen. Alle Ohmschen Widerstände sollen vernachlässigt werden. Insbesondere wird das Plasma als unendlich leitfähig betrachtet. Dann verschwindet die Eindringtiefe des Stromes in das Plasma. Der Strom fließt nur in der Oberfläche des Plasmas, und die Verteilung der Stromdichte ist in trivialer Weise stets ähnlich.

Im ganzen betrachtet, hat man folgenden Vorgang: In den beiden Mantelflächen des Plasmahohlzylinders fließen Flächenströme in longitudinaler Richtung. Äußerer Strom J_a und innerer Strom J_i sind im allgemeinen verschieden groß. Die mit diesen longitudinalen Strömen verknüpften azimuthalen

Felder üben Kräfte auf das Plasma aus. Zusätzliche Kräfte röhren vom gaskinetischen Druck des Plasmas und von den longitudinalen Stabilisierungsfeldern her. Bei der Kompression soll das Plasma vollständig mitgeführt werden, d. h., außerhalb des Plasmas soll sich Vakuum befinden (eine zusätzliche Annahme). Es gilt das Ersatzschaltbild der Abb. 3. C_K ist die Kapazität der Batterie, L_b ihre Induktivität (einschließlich Funkenstrecken, Zuleitungen usw.). L_i und L_a sind die Induktivitäten des Plasmas zusammen mit den entsprechenden Rückleitern. Sie ergeben sich aus den Rückleiterradien (R_i , R_a), den Plasmaradien (r_i , r_a) und aus der Gefäßlänge l zu

$$L_i = 2l \ln(r_i/R_i), \\ L_a = 2l \ln(R_a/r_a).$$

Mit den Anfangsradien des Plasmas (r_{i0} , r_{a0} ; d. s. die Radien der Glasgefäße) erhält man

$$L_i = L_{i0} + 2l \ln \frac{r_i}{r_{i0}}, \quad L_{i0} = 2l \ln \frac{r_{i0}}{R_i}, \quad (1) \\ L_a = L_{a0} + 2l \ln \frac{r_{a0}}{r_a}, \quad L_{a0} = 2l \ln \frac{R_a}{r_{a0}}.$$

Entsprechend Abb. 3 gilt mit der Aufladespannung U_0 der Batterie

$$U_0 - \frac{1}{C_K} \int (J_i + J_a) dt = \frac{d}{dt} (L_a J_a) \quad (2) \\ + \frac{d}{dt} [L_b (J_i + J_a)]$$

und $\frac{d}{dt} (L_i J_i) = \frac{d}{dt} (L_a J_a)$

bzw. integriert $L_i J_i = L_a J_a$. (3)

Durch zeitliche Ableitung ergibt sich aus (2)

$$\frac{1}{C_K} (J_i + J_a) + \frac{d^2}{dt^2} (L_b J_i + L_b J_a + L_a J_a) = 0. \quad (4)$$

Zur Zeit $t = 0$ ist $J_i(0) = J_a(0)$, (5)

was bei der Integration zu (3) bereits verwendet wurde. Für die Ableitungen der Ströme zur Zeit $t = 0$ ergibt sich

$$\left(\frac{dJ_a}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U_0 L_{i0}}{L_{a0} L_{i0} + L_b (L_{i0} + L_{a0})}, \\ \left(\frac{dJ_i}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U_0 L_{a0}}{L_{a0} L_{i0} + L_b (L_{i0} + L_{a0})}. \quad (6)$$

Die beiden Gln. (3) und (4) mit den Anfangsbedingungen (5) und (6) sind nun mit den Bewegungsgleichungen verkoppelt, weil die in (3) und (4) enthaltenen Induktivitäten nach (1) von den Radien abhängen.

¹³ K. SCHINDLER, Diplomarbeit, TH Aachen 1957.

b) Bewegungsgleichungen des Plasmas

Es sei nun angenommen, daß die Kompressionen bzw. Expansionen des Plasmas in homogener Weise erfolgen, d. h. daß die Dichte des Plasmas über den plasmaerfüllten Querschnitt konstant ist. Das im Plasma vorhandene longitudinale Stabilisierungsfeld ist dann auch homogen und wird in derselben Weise komprimiert. Der magnetische Fluß zwischen dem Plasma und den Rückleitern ist wegen deren guter Leitfähigkeit konstant, und bei der Kompression des Plasmas tritt eine Expansion (Verringerung) dieser Felder ein (Abb. 8). Mit den durch Abb. 8 definierten Bezeichnungen B_{z0} , B_{zi} , B_{za} , B_{zp} gilt:

$$\begin{aligned} B_{zp} &= B_{z0} \frac{r_{a0}^2 - r_{i0}^2}{r_a^2 - r_i^2}, & B_{za} &= B_{z0} \frac{R_a^2 - r_{a0}^2}{R_a^2 - r_a^2}, \\ B_{zi} &= B_{z0} \frac{r_{i0}^2 - R_i^2}{r_i^2 - R_i^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

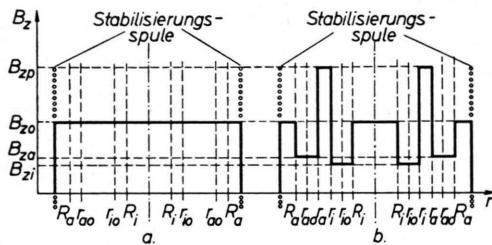


Abb. 8. Verhalten des Stabilisierungsfeldes, idealisiert [a] vor und b) während der Kompression des Plasmas].

Die azimutalen Felder an der Plasmaoberfläche ergeben sich aus den Strömen zu

$$B_{\varphi a} = 2 J_a / r_a, \quad B_{\varphi i} = 2 J_i / r_i. \quad (8)$$

Der gaskinetische Druck p des Plasmas ergebe sich (eine neue Annahme) aus einem adiabatischen Gesetz zu

$$p = p_0 \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^\alpha = p_0 \left(\frac{r_{a0}^2 - r_{i0}^2}{r_a^2 - r_i^2} \right)^\alpha. \quad (9)$$

Diese etwas grobe Näherung ist insofern konsequent, als OHMSche Widerstände und die damit gegebene JAULESche Aufheizung wie auch infolge der angenommenen Homogenität des Plasmas Stoßwelleneffekte bereits vernachlässigt wurden. Es entsteht noch die Frage, wie man $\alpha = C_p / C_v$, das Verhältnis der Spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen, zu wählen hat. Bei sehr schnellen Kompressionen – gemessen am Zeitmaßstab der für die Thermalisierung mittleren Stoßzeit – kommt es auf die Zahl f der Dimensionen (Frei-

heitsgrade) an, in denen die Kompression (Expansion) erfolgt:

$$\alpha = \frac{f+2}{f}$$

Für $f=3$ erhält man den normalen Wert $5/3$. $f=2$ gibt $\alpha=2$, und $f=1$ gibt $\alpha=3$.

Hier handelt es sich um eine Kompression in zwei Dimensionen, und es werde $\alpha=2$ gewählt. An sich ist das nicht ganz berechtigt. Die Zeiten sind größer als die Stoßzeit. Umgekehrt vereinfacht die Wahl $\alpha=2$ die Rechnung, und außerdem kommt es bei der Anwendung von Stabilisierungsfeldern auf das Verhalten von p gar nicht mehr an. Der gaskinetische Druck ist dann nur noch eine kleine Korrektur, gemessen an den magnetischen Drücken.

Mit (7), (8) und (9) sind nun alle für die Bewegung maßgeblichen Größen gegeben. Ist M die Masse des Plasmas pro Längeneinheit des Entladungsgefäßes und α ein noch zu diskutierender Faktor, so kann man folgende Bewegungsgleichungen annehmen:

$$\begin{aligned} \alpha M \ddot{r}_i &= 2 \pi r_i \left(\frac{B_{zi}^2}{8 \pi} + \frac{B_{\varphi i}^2}{8 \pi} - \frac{B_{zp}^2}{8 \pi} - p \right), \\ \alpha M \ddot{r}_a &= -2 \pi r_a \left(\frac{B_{za}^2}{8 \pi} + \frac{B_{\varphi a}^2}{8 \pi} - \frac{B_{zp}^2}{8 \pi} - p \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Wenn die sich nach innen oder außen bewegenden magnetischen Kolben, d. s. die Plasmaoberflächen, bestimmte Geschwindigkeiten \dot{r}_i oder \dot{r}_a haben, so hat nicht das ganze Plasma diese Geschwindigkeit, und dessen Impuls ist kleiner als $M \dot{r}_i$ oder $M \dot{r}_a$. Dies soll im Faktor α berücksichtigt werden. α hängt im Grunde von der Geometrie ab (d. h. von den Radien r_i und r_a) und von der Art der Bewegung und ist deshalb an sich nicht zeitlich konstant. Dennoch sei zunächst $\alpha=1/4$ gesetzt, was sich so begründet: Bei der Kompression des Plasmas bewegt sich z. B. die Mitte näherungsweise überhaupt nicht. Das innere halbe Plasma bewegt sich mit im Mittel halber Geschwindigkeit der inneren Oberfläche nach außen, das äußere halbe Plasma analog mit im Mittel halber Geschwindigkeit der äußeren Oberfläche nach innen. Also ist der mittlere Impuls jeweils $M/2 \cdot \dot{r}/2 = 1/4 M \dot{r}$ und $\alpha=1/4$. Der Vergleich mit dem Experiment wird später eine genauere Wahl von α ermöglichen.

Als Anfangsbedingungen für $t=0$ hat man

$$\begin{aligned} r_i(0) &= r_{i0}, & r_a(0) &= r_{a0}, \\ \left(\frac{dr_i}{dt} \right)_{t=0} &= \left(\frac{dr_a}{dt} \right)_{t=0} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Die Gln. (3), (4) und (10) mit den Anfangsbedingungen (5), (6) und (11) beschreiben nun den Ablauf der Entladung in diesem Modell. Trotz der zum Teil starken Vereinfachungen sind die Gleichungen sehr kompliziert und nur numerisch lösbar, abgesehen von der später diskutierten Linearisierung, die die typischen Frequenzen, die sich in diesen Gleichungen verbergen, liefert.

Es sei bemerkt, daß Rechnungen ähnlicher Art auch für den normalen longitudinalen Pinch und für den azimuthalen Pinch durchgeführt wurden und vor allem beim longitudinalen Pinch gute Übereinstimmung mit den Experimenten ergaben¹⁴. Die ersten Rechnungen dieser Art für den normalen longitudinalen Pinch stammen von LEONTOVICH und OSOVETS¹⁴ bzw. BEZBATCHENKO und Mitarbeitern¹⁵. Dabei wurden jedoch sehr einschneidende Annahmen gemacht. Insbesondere wurde die Rückwirkung auf den elektrischen Kreis vernachlässigt und nur die Bewegungsgleichung allein (im Falle des normalen Pinches hat man nur eine Bewegungsgleichung) unter der Voraussetzung eines linear ansteigenden¹⁴ bzw. sinusförmig verlaufenden Stromes¹⁵ betrachtet.

Eine etwas andere Vorstellung führt zum sogenannten Schneepflugmodell¹⁶, das aber im allgemeinen keine wesentlich anderen Ergebnisse als das hier betrachtete „adiabatische Modell“ liefert.

c) Dimensionslose Größen und numerische Ergebnisse

Zum Zwecke der numerischen Rechnungen und zur Vereinfachung sollen dimensionslose Größen angeführt werden. Deren Wahl ist auf mehrere Arten möglich. Es sei eine der Möglichkeiten herausgegriffen, die sich als praktisch erweist. Durch

$$\begin{aligned} t &= \gamma \tau, & \gamma &= \sqrt[1/2]{\alpha M} \sqrt{\frac{r_{a0}}{(\mathrm{d}J_a/\mathrm{d}t)_{t=0}}}, \\ r_a &= r_{a0} x, & r_i &= r_{a0} y, \\ J_a &= \beta v, & J_i &= \beta w, & \beta &= (\mathrm{d}J_a/\mathrm{d}t)_{t=0} \gamma \end{aligned} \quad (13)$$

wird die dimensionslose Zeit τ (γ hat die Dimension einer Zeit), werden die dimensionslosen Radien x und y und die dimensionslosen Ströme v und w (β hat die Dimension eines Stromes) definiert. Damit ergibt sich aus (3), (4) und (10) unter Benut-

zung von (1), (7), (8) und (9)

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}\tau^2} &= -\frac{v^2}{x} - A \left(\frac{1-C^2}{x^2-C^2} \right)^2 x + B \left(\frac{1-E^2}{x^2-E^2} \right)^2 x, \\ \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}\tau^2} &= +\frac{w^2}{y} + A \left(\frac{E^2-D^2}{y^2-D^2} \right) y - B \left(\frac{1-E^2}{x^2-y^2} \right)^2 y, \\ F(v+w) + \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\tau^2} [Gw + v(1 - H \ln x)] &= 0, \\ w(\ln y - \ln D) &= v(\ln C - \ln \tilde{x}), \end{aligned} \quad (14)$$

wo die Konstanten A, B, C, D, E, F, G, H wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} A &= \frac{B_{z0}^2 r_{a0}^2}{4 \left(\frac{\mathrm{d}J_a}{\mathrm{d}t} \right)_{t=0} \gamma^2}, & B &= \frac{(B_{z0}^2 + 8\pi p_0) r_{a0}^2}{4 \left(\frac{\mathrm{d}J_a}{\mathrm{d}t} \right)_{t=0} \gamma^2}, \\ C &= R_a/r_{a0}, & D &= R_i/r_{a0}, & E &= r_{i0}/r_{a0}, \\ F &= \frac{\gamma^2}{C_k (L_b + 2l \ln R_a/r_{a0})}, & G &= \frac{L_b}{L_b + 2l \ln R_a/r_{a0}}, \\ H &= \frac{2l}{L_b + 2l \ln R_a/r_{a0}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Aus (5), (6) und (11) ergibt sich für $\tau = 0$

$$\begin{aligned} x &= 1, & y &= E, \\ \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} \right)_{\tau=0} &= \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} \right)_{\tau=0} = 0, & v = w &= 0, \\ \left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau} \right)_{\tau=0} &= 1, & \left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau} \right)_{\tau=0} &= \frac{\ln C}{\ln(E/D)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Es kommen also in den Gleichungen und Randbedingungen die acht dimensionslosen Konstanten A bis H vor statt der ursprünglichen elf Konstanten αM , $(\mathrm{d}J_a/\mathrm{d}t)_{t=0}$, r_{a0} , r_{i0} , R_a , R_i , B_{z0} , p_0 , C_k , L_b , l . Die Vereinfachung ist leider nicht groß. Entladungen sind ähnlich, wenn sie in den Konstanten A bis H übereinstimmen, und können durch Änderung des Zeitmaßstabes und des Strommaßstabes aufeinander zurückgeführt werden. Am meisten Bedeutung kommt der dimensionslosen Zeit $\tau \sim \sqrt[1/2]{\alpha M}$ zu.

In der nun gegebenen Form wurden die Gleichungen mit Hilfe der G 2 des Max-Planck-Institutes für verschiedene Parameter integriert, die der verwendeten Apparatur entsprechen, aber verschiedenen Stabilisierungsfeldern B_{z0} , Plasmadrucken p_0 und Aufladespannungen U_0 . Abb. 9 bringt ein Beispiel ($U_0 = 30$ kV; $B_{z0} = 1000$ Gauß; $p_0 = 1,3 \cdot 10^{-1}$ Torr). Tab. 2 zeigt die dimensionslosen Zeiten τ_1, τ_2, \dots der aufeinanderfolgenden Plasmakompressionen für verschiedene Parameterwerte.

¹⁴ M. A. LEONTOVICH u. S. M. OSOVETS, J. Nuclear Energy 4, 209 [1957].

¹⁵ A. L. BEZBATCHENKO, I. N. GOLOVIN, D. P. IVANOV, V. D. KIRILOV u. N. A. YAVLINSKY, J. Nuclear Energy 5, 71 [1957].

¹⁶ O. A. ANDERSON, W. R. BAKER, S. A. COLGATE, J. ISE JR. u. R. V. PYLE, Proc. 3. Int. Knorg. üb. ion. Gase, Venedig 1957, 62.

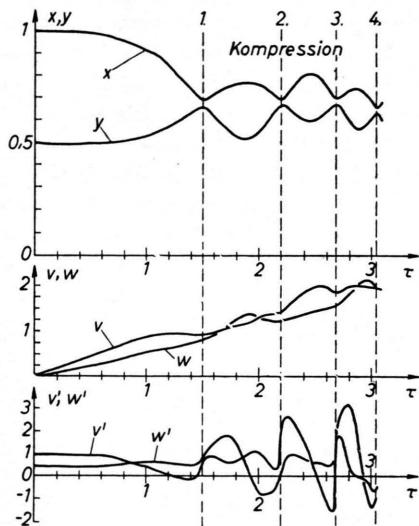


Abb. 9. Theoretischer Verlauf von x , y , v , w , v' und w' für die Daten der Tab. 1, $p_0 = 1,3 \cdot 10^{-1}$ Torr und $B_{z0} = 1000$ Gauß ($\gamma = 5,6 \cdot 10^{-7}$ sec, $\beta = 2,3 \cdot 10^5$ A).

U_0 (kV) p_0 (Torr) B_0 (Gauß)	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_6	τ_7
35 10^{-2} 2000	1,68	2,48	3,04				
35 10^{-1} 2000	1,54	2,30	2,81				
30 $1,3 \cdot 10^{-1}$ 0	1,46	2,12	2,62				
30 $1,3 \cdot 10^{-1}$ 500	1,47	2,15	2,64	3,00	3,30	3,56	3,79
30 $1,3 \cdot 10^{-1}$ 1000	1,50	2,19	2,68	3,05			
35 1 1000	1,43	2,06					
35 10 1000	1,37	1,86					

Tab. 2. Die dimensionslosen Kompressionszeiten für verschiedene Parameterscharen U_0 , p_0 und B_{z0} .

Man kann dieser Tabelle entnehmen, daß die Kompressionszeiten nur sehr schwach von B_{z0} und p_0 abhängen. Bei einer Änderung von p_0 um einen Faktor 1000 ändert sich z. B. τ_1 nur um einen Faktor $1,22 \approx \sqrt[3]{1000}$ und τ_2 nur um einen Faktor

$1,48 \approx \sqrt[17]{1000}$, d. h. es ist $\tau_1 \sim \sqrt[3]{p_0}$ und $\tau_2 \sim \sqrt[17]{p_0}$. Im Mittel kann man sagen, daß

$$\tau_1 = 1,5 \quad \text{und} \quad \tau_2 = 2,2 \quad \text{ist.} \quad (17)$$

Aus (13) folgt somit

$$\tau_1 = 1,5 \gamma = 1,5 \sqrt[4]{\alpha M} \sqrt{\frac{r_{a0}}{(dJ_a/dt)_{t=0}}}$$

$$\text{und} \quad \tau_2 = 2,2 \gamma = 2,2 \sqrt[4]{\alpha M} \sqrt{\frac{r_{a0}}{(dJ_a/dt)_{t=0}}}. \quad (18)$$

Ferner zeigt Abb. 16, daß mit zunehmendem Stabilisierungsfeld B_{z0} die Kompressionszeiten leicht zunehmen. Über den Einfluß von U_0 kann man dagegen aus den vorliegenden Rechnungen keine Schlüsse ziehen.

d) Linearisierte Normalschwingungen

Nun soll ein verwandtes Problem betrachtet werden. Das Plasma werde von zwei konstanten Strömen im Gleichgewicht gehalten (alle auf diesen Gleichgewichtszustand bezogenen Größen seien durch einen Querstrich gekennzeichnet). Die longitudinalen Stabilisierungsfelder \bar{B}_{zi} und \bar{B}_{za} seien vernachlässigt. Im komprimierten Zustand spielen sie wegen ihres Abnehmens während der Kompression des Plasmas keine Rolle im Vergleich zu dem mitkomprimierten \bar{B}_{zp} . Damit ein Gleichgewichtszustand möglich ist, muß allerdings die Kapazität der Kondensatorbatterie $C_K \rightarrow \infty$ gehen. Andernfalls würde man in Widerspruch zu (4) geraten. Diese Vernachlässigung ist gerechtfertigt für Vorgänge, deren Dauer klein ist verglichen mit der Schwingungsdauer der Batterie: $1/C_K \cdot J$ ist gegen $L/J \cdot \Delta\tau^2$ zu vernachlässigen, wenn

$$\Delta\tau \ll \sqrt{LC_K}.$$

Aus (10) folgt dann wegen (8) als Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\bar{J}_i^2}{2\pi r_i^2} = \bar{p} + \frac{\bar{B}_{zp}^2}{8\pi}, \quad \frac{\bar{J}_a^2}{2\pi r_a^2} = \bar{p} + \frac{\bar{B}_{zp}^2}{8\pi}. \quad (19)$$

Nun seien kleine Abweichungen von diesem Gleichgewichtszustand betrachtet:

$$\begin{aligned} r_{i,a} &= \bar{r}_{i,a} + \tilde{r}_{i,a}, \\ J_{i,a} &= \bar{J}_{i,a} + \tilde{J}_{i,a}. \end{aligned} \quad (20)$$

In den obigen Gleichungen werden nur solche Terme beibehalten, die in den Störungen \tilde{r}_i , \tilde{r}_a , \tilde{J}_i , \tilde{J}_a höchstens von erster Ordnung sind. Die Größen nullter Ordnung verschwinden auf Grund der Gleichgewichts-

bedingungen (19). So resultieren vier homogene und lineare Gleichungen, die man durch Exponentialansätze löst:

$$\begin{aligned}\tilde{r}_{i,a} &= \hat{r}_{i,a} e^{i\omega t}, \\ \tilde{J}_{i,a} &= \hat{J}_{i,a} e^{i\omega t}.\end{aligned}\quad (21)$$

Setzt man dies ein, so ergibt sich ein System von vier homogenen algebraischen Gleichungen für die Amplituden \hat{r}_i bis \hat{J}_a , das nur dann nicht-triviale Lösungen zuläßt, wenn die von ω abhängige Koeffizientendeterminante verschwindet:

$$D(\omega) = 0. \quad (22)$$

Diese etwas komplizierte Dispersionsformel hat zwei Lösungen. Sie vereinfacht sich, wenn man $L_i = L_a$ setzt und erhält dann die beiden folgenden Lösungen:

$$\begin{aligned}\omega_1^2 &= \frac{\bar{p} + B_{zp}^2/8\pi}{\sqrt{\alpha M}} \left(\frac{\bar{r}_a - \bar{r}_i}{\bar{r}_a + \bar{r}_i} + \frac{1}{\ln(R_a/\bar{r}_a)} \right) \\ \hat{r}_{a1} &= \hat{r}_{i1}, \quad \hat{J}_{a1} = -\hat{J}_{i1}\end{aligned}\quad (23)$$

$$\begin{aligned}\text{und } \omega_2^2 &= \frac{\bar{p} + B_{zp}^2/8\pi}{\sqrt{\alpha M}} \left(\frac{\bar{r}_a + \bar{r}_i}{\bar{r}_a - \bar{r}_i} + \frac{1}{\ln(R_a/\bar{r}_a) + L_b/e} \right) \\ \hat{r}_{a2} &= -\hat{r}_{i2}, \quad \hat{J}_{a2} = \hat{J}_{i2}.\end{aligned}\quad (24)$$

Ihr Zustandekommen ist qualitativ gut zu verstehen. Es handelt sich um einen Effekt, den man bei gekoppelten Pendeln gut kennt, um das Auftreten einer Gleichtaktschwingung (1. Lösung) und einer Gegenaktschwingung (2. Lösung).

Bei der Gleichtaktschwingung nehmen beide Radien gleichzeitig zu oder ab. Die Dicke der Plasmeschicht bleibt unverändert. Eine Induktivität nimmt zu, der zugehörige Strom ab, die andere Induktivität nimmt ab, der zugehörige Strom zu. Die Summe der Ströme ist konstant. Deshalb ist auch ω_1 nicht wie ω_2 von L_b abhängig. Der Außenkreis merkt von dieser Art Störung nichts. Dagegen hat die Induktivität zwischen Plasma und Entladungsgefäß $L_a \sim \ln(R_a/\bar{r}_a)$ infolge der damit verbundenen Trägheit des Stromes einen frequenzmindernden Einfluß.

Die Gegenaktschwingung verhält sich anders. Hier nehmen beide Ströme gleichzeitig zu oder ab. Also ändert sich auch der Gesamtstrom, so daß die äußere Induktivität mit ins Spiel kommt. Mit Hilfe dieses Ergebnisses lassen sich nun die Kurven der Abb. 9 besser verstehen. Man hat lediglich an Stelle der Ströme bzw. Stromableitungen deren Summe und Differenz zu betrachten, die sich als die dem Problem besser angepaßten Variablen erweisen. Die Stromsumme $J_a + J_i$ zeigt wegen (23) und (24) nur

die Frequenz der Gegenaktschwingungen, die Differenz $J_a - J_i$ dagegen nur die der Gleichtaktschwingungen. Abb. 10 bringt diese aus Abb. 9 gewonnenen Kurven. Ähnliches gilt für die Radien. Darum sind in Abb. 10 auch Summe (genauer: halbe Summe, die die Plasmamitte beschreibt) und Differenz (die Schichtdicke des Plasmas) der Radien eingetragen.

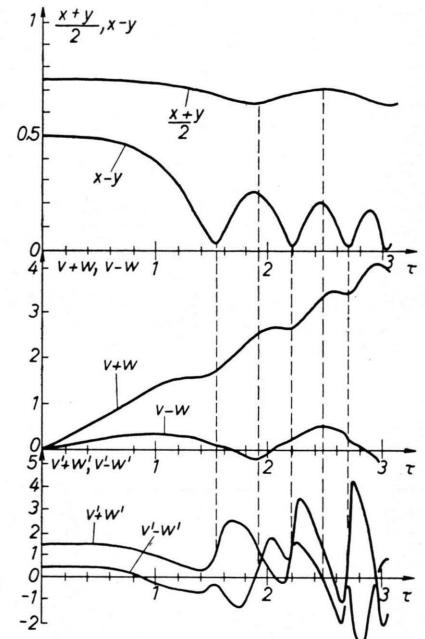


Abb. 10. Theoretischer Verlauf von $(x+y)/2$, $x-y$, $v+w$, $v-w$, $v'+w'$, $v'-w'$.

3. Experimenteller Verlauf der Hauptentladung

a) Die Bewegungen des Plasmas

Es wurde bereits erwähnt, daß sich Erstentladungen von Zweitentladungen unterscheiden. Alles zunächst Gesagte bezieht sich auf Erstentladungen. Abb. 11 bringt ein Beispiel für den Verlauf der beiden Ströme J_a und J_i . Sie zeigen nur kleine Abweichungen von einer glatten sinusartigen Kurve. Das liegt an der relativ geringen Änderung der Gesamtinduktivität während der Entladung. Dabei ist zu bemerken, daß die Abweichungen geringer sind als die theoretischen Kurven erwarten lassen. Dies wurde auch beim normalen Pinch beobachtet¹¹ und hängt wahrscheinlich mit der Vernachlässigung aller dissipativen Effekte in dem betrachteten Modell zusammen, insbesondere mit der Vernachlässigung der Ohmschen Widerstände und der damit zusammenhängenden Diffusion von Magnetfeldern. Die Einzel-

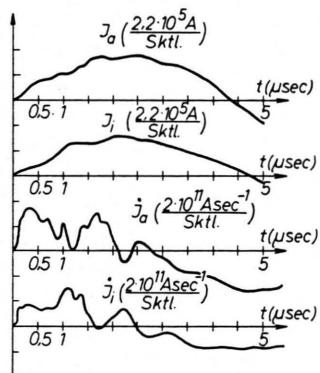


Abb. 11. Beispiele für J_a , J_i , j_a , j_i ($B_{z0} = 500$ Gauß, $p_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ Torr, $U_0 = 30$ kV).

heiten der Entladung prägen sich in den zeitlichen Ableitungen der Ströme wesentlich deutlicher aus (Abb. 11). Aber auch diese sind etwas verwirrend und schwer zu deuten. Nun wurde eben gezeigt, daß die dem Problem angepaßten Variablen eigentlich nicht die Ströme, sondern deren Summe und Differenz sind. Abb. 12 zeigt, daß es vorteilhafter ist, zu diesen Variablen überzugehen. Summe und Differenz der Ströme bzw. deren Ableitungen zeigen ein klares Verhalten, das mit Hilfe der vorhergegangenen Betrachtungen deutbar ist. Die quantitative Übereinstimmung ist nicht sehr gut. Qualitativ ergibt sich aber Übereinstimmung bis in Einzelheiten des Kurvenverlaufs hinein, wie z. B. die Zacken zeigen, die sich den Extremwerten von $(j_a - j_i)$ überlagern. Die Messung erfolgt durch elektronische Summation bzw. Subtraktion der Signale aus den erwähnten beiden Rogowski-Spulen.

Beim Vergleich der Zeiten ist es nicht sinnvoll, dazu die Zeit der ersten Kompression zu verwenden.

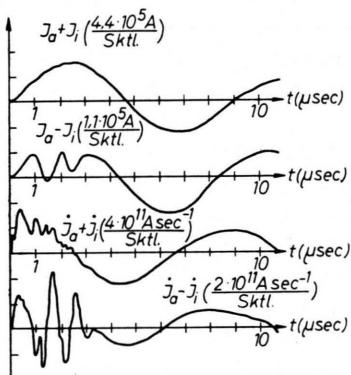


Abb. 12. Beispiele für $(J_a + J_i)$, $(J_a - J_i)$, $(j_a + j_i)$, $(j_a - j_i)$ ($B_{z0} = 0$ Gauß, $p_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ Torr, $U_0 = 30$ kV).

Im allgemeinen sind die Stromkurven gut reproduzierbar bis auf ihren Anfang.

Hier spielen die Zündvorgänge im Plasma und in den Schaltfunkenstrecken (insbesondere die Gleichzeitigkeit von deren Zündung) eine große Rolle. Durch die Vorionisierung werden diese Schwierigkeiten verringert, aber nicht beseitigt. Darum ist es besser, statt des Zeitpunktes der ersten Kompression die Zeitdifferenz zwischen der zweiten und der ersten Kompression zu betrachten. Nach (17) und (18) gilt dafür

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \gamma (\tau_2 - \tau_1) = 0,7 \sqrt{\alpha M} \sqrt{\frac{r_{a0}}{(\mathrm{d}J_a/\mathrm{d}t)_{t=0}}}. \quad (25)$$

Man entnimmt Δt am besten dem Verlauf von $(j_a + j_i)$. Aus Abb. 10 ergibt sich, daß man jeweils die einem Minimum folgenden Wendepunkte von $(j_a + j_i)$ als Zeitpunkte von Kompressionen zu betrachten hat. Bei einem Ausgangsdruck von $p_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ Torr findet man experimentell $\Delta t = 4 \cdot 10^{-7}$ sec, während sich aus (25) $\Delta t = 3,7 \cdot 10^{-7}$ sec ergibt. Der theoretische Wert ist also um etwa 10% zu klein. So etwas ist im Grunde zu erwarten. Es wurde ziemlich willkürlich $\alpha = 1/4$ gesetzt. Dies ist aber nur für Plasmabewegungen, bei denen die Mitte ruht, einigermaßen gerechtfertigt, d. h. für die Gegentaktbewegungen (Kompressionen). Zieht man andere Bewegungen in Betracht – und aus dem Verlauf von $(j_a - j_i)$ zeigt sich, daß sie eine Rolle spielen –, so hat man eine Vergrößerung der Trägheit zu berücksichtigen. Umgekehrt kann man jetzt die Experimente dazu benutzen, einen genaueren Faktor α zu bestimmen. Man hat entsprechend dem obigen Ergebnis $\alpha = 1/4$ durch einen um einen Faktor $(1,1)^4$ größeren Wert, also durch $\alpha = 0,4$ zu ersetzen.

Für die Gleichtaktschwingungen, bei denen sich das ganze Plasma bewegt, ist das Verhalten von $(J_a - J_i)$ bzw. $(j_a - j_i)$ kennzeichnend. Ein Vergleich mit Abb. 15 zeigt, daß die Extremlagen mit den Wendepunkten von $(j_a - j_i)$ zusammenfallen (also eine ähnliche Regelung wie sie sich für die Kompressionen im Zusammenhang mit $(j_a + j_i)$ ergab). Dabei entspricht ein einem Minimum folgender Wendepunkt extremer Innenlage, ein einem Maximum folgender Wendepunkt extremer Außenlage des Plasmas. Theoretisch ergibt sich (Abb. 10), daß z. B. die Zeitdifferenz zwischen der ersten Innenlage und der ersten Außenlage

$$\Delta t_1 = 0,6 \gamma \quad (26)$$

beträgt. Für $p_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ Torr ergibt dies $3,1 \cdot 10^{-7}$ sec, während das Experiment etwa $3,5 \cdot 10^{-7}$ sec liefert. Die Diskrepanz kann wie vorhin durch die Wahl von $\alpha = 0,4$ beseitigt werden.

In Abb. 13 wird ein Zweitentladung (Abb. 13 c, 13 d) mit einer Erstentladung (Abb. 13 a, b) verglichen. Es zeigt sich ein bemerkenswerter Unterschied im Zeitmaßstab, und zwar erscheint der Zweitentladung dem der Erstentladung gegenüber um einen Faktor $4/3$ gedehnt. Das kann nur so gedeutet werden, daß sich infolge der Erstentladung die Masse des Gases im Entladungsgefäß etwa verdreifacht hat, $(4/3)^4 \approx 3$. Es werden also ziemlich viele Teilchen aus Elektroden und Glasgefäß herausgeschlagen. Je nach dem mittleren Atomgewicht, das man diesen Verunreinigungen zuschreibt, ergibt sich, daß in der Zweitentladung auf 5 bis 10 Deuteriumatome ein Verunreinigungsatom kommt. Dieses Ergebnis hängt natürlich vom verwendeten Material und außerdem von der Geschichte des Entladungsgefäßes (d. h., von der Zahl der Entladungen, die es bereits erlebt hat) ab. Über die Art der Verunreinigungen und ihr zeitliches Auftreten im Verlaufe der Erstentladung geben spektroskopische Messungen Auskunft. Darüber soll später noch einiges gesagt werden.

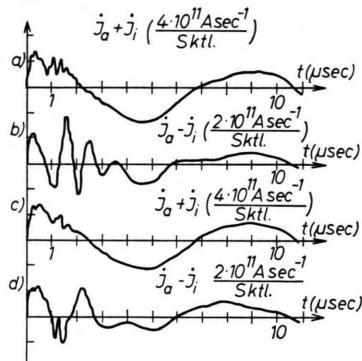


Abb. 13. Vergleich einer Erstentladung [a) $J_a + J_i$; b) $J_a - J_i$; $p_0 = 7 \cdot 10^{-2}$ Torr; $B_{z0} = 500$ Gauß; $U_0 = 30$ kV] mit der zugehörigen Zweitentladung [c) $J_a + J_i$, $J_a - J_i$, $B_{z0} = 500$ Gauß, $U_0 = 30$ kV].

Man wird sich fragen, warum in der zweiten und den folgenden Halbwellen keine Kompressionen mehr beobachtet werden. Jedenfalls ist am Strom nichts derartiges zu bemerken. Das besagt aber noch nicht allzu viel. Zunächst ist das eine Frage der Stabilität. Wird das Plasma im Verlauf der ersten Halbwelle instabil, so bleibt für die zweite Halbwelle ein ungeordnetes und turbulentes Plasma zu-

rück, das einer geordneten Kompression nicht fähig ist. Bei longitudinalen Magnetfeldern aber von etwa 500 bis 1000 Gauß scheint das Plasma während der ersten Halbwelle einigermaßen stabil zu bleiben. In diesem Falle beobachtet man aber auch Ansätze zu einer Kompression am Anfang der zweiten Halbwelle. Diese wird nur durch die dann bald einsetzende Instabilität so schnell beendet, daß sich in den Strömen bzw. ihren Ableitungen kein erheblicher Effekt zeigt. Dagegen zeigt sich die Kompression in den Signalen der Flußschleifen. Gemäß Gl. (7) bzw. Abb. 8 führen die Kompressionen (Expansionen) zu einer Abnahme (Zunahme) von B_{za} bzw. B_{zi} und damit zu Flußänderungen, die durch Schleifen meßbar sind. Abb. 14 soll dies erläutern. Die zunehmenden Ströme führen zunächst zur Kompression des Plasmas und zu den entsprechenden Flußänderungen $\Delta\Phi_i$ und $\Delta\Phi_a$ (Abb. 14).

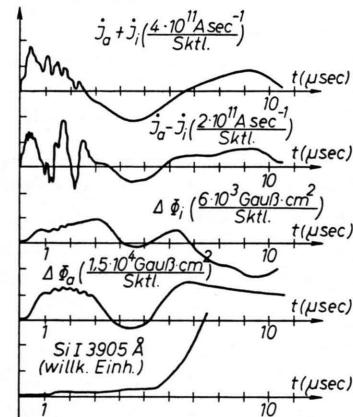


Abb. 14. $J_a + J_i$, $J_a - J_i$, $\Delta\Phi_i$, $\Delta\Phi_a$ und Intensität der Linie Si I 3905 Å, alle Signale von einer Entladung ($7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 1000 Gauß, 30 kV).

Dabei sind die aufeinanderfolgenden maximalen Kompressionen als Maxima dieser Flußänderungen kenntlich und passen zeitlich zu den Stromsignalen. Mit abnehmender Kompression wegen des wieder abnehmenden Stromes gehen die Flußänderungen auf 0 und sogar etwas unter 0 zurück. Dies ist ein Effekt der endlichen Leitfähigkeit des Plasmas. Vor allem im Zustand maximaler Kompression ist das im Plasma eingefangene Stabilisierungsfeld auf hohe Werte angewachsen. An der Plasmaoberfläche hat man dann einen großen Gradienten des magnetischen Feldes und als Folge davon eine Diffusion des Feldes aus dem Plasma. Bei der Expansion wird das aus dem Plasma diffundierte mit dem von Anfang an vorhandenen äußeren Feld zusam-

men vom Plasma nach außen geschoben. Das führt nach Beendigung der Expansion zu einem Außenfeld, das größer ist als es anfangs war. Es kann noch dazukommen, daß Plasma zusammen mit dem mitgeführten Feld auf die Wand trifft. Dieser Effekt scheint aber keine große Rolle zu spielen. Der außerhalb des Plasmas zunehmende, entsprechend innerhalb abnehmende magnetische Fluß kann übrigens die Stabilität des Plasmas ungünstig beeinflussen. Mit dem Wiederaufsteigen des Stromes in der zweiten Halbwelle setzt eine neue Kompression ein, die jedoch bereits nach etwa 1 μ sec durch Instabilitäten abgelöst wird. Die nun folgenden Flußverläufe $\Delta\Phi_i$ und $\Delta\Phi_a$ haben nichts mit geordneten Plasmabewegungen zu tun, sondern mit dem sich instabil verschraubenden Strom und eventuell (als Folge davon) mit dem samt Magnetfeld an die Wand geschleuderten Plasma.

Abb. 15 soll einige aus Sondenmessungen gewonnene Beispiele für das Verhalten der Felder während der Kompression geben. So werden die Grenzen des adiabatischen Modells deutlich. Vergleicht man den kastenförmigen Verlauf des longitudinalen Feldes laut Abb. 8 b mit dem der Abb. 15, so stellt man auch abgesehen von der Verschleifung der Anstiege bedeutsame Unterschiede fest. So zeigt z. B. das longitudinale Feld vor der Kompression zwei aufeinander zulaufende Maxima (Abb. 15 a, b). Erst zur Zeit der maximalen Kompression (Abb. 15 c) vereinigen sie sich. Es handelt sich um einen typischen Stoßwelleneffekt, der durch die bei guter Leitfähigkeit zwischen Masse und Feld bestehende Koppelung zustande kommt. Die damit zusammenhängenden Fragen sollen hier jedoch nicht weiter diskutiert werden. Dies soll Aufgabe einer speziellen weiteren Arbeit sein. Das azimutale Feld B_φ zeigt ein zunächst etwas unerwartetes Verhalten. Es besitzt eine merkwürdige Struktur an den Stellen des stärksten Abfalles von B_z , d. h. an den Plasmaoberflächen. Das deutet darauf hin, daß es sich um einen von der Kompression des Plasmas herrührenden Effekt handelt, wahrscheinlich um das im Augenblick der Zündung der Hauptentladung von der Vorentladung herstammende azimutale Magnetfeld (Abb. 5), das zusammen mit dem Plasma und dem longitudinalen Stabilisierungsfeld komprimiert werden muß. Dabei ist zu erwarten, daß die beiden mitkomprimierten Feldkomponenten B_z und B_φ einander ungefähr ähnlich bleiben. Dies erlaubt, das komprimierte azimutale Vorionisierungsfeld aus dem longitudinalen Feld

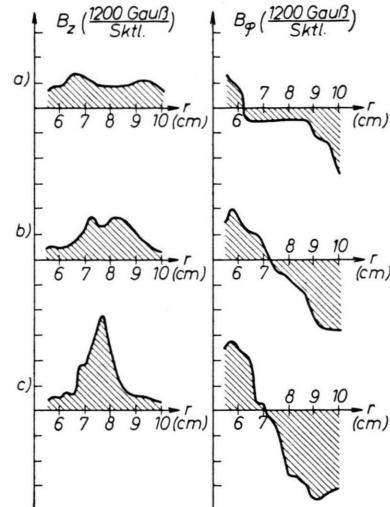


Abb. 15. Beispiele für den Verlauf der magnetischen Felder während der ersten Kompression des Plasmas a) nach 0,5 μ sec, b) nach 0,7 μ sec, c) nach 0,9 μ sec (1000 Gauß, $7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 30 kV).

zu bestimmen und es vom gesamten azimutalen Feld zu subtrahieren. Das dann übrigbleibende azimutale Feld ist das der Hauptentladung. Es zeigt ein normales Verhalten (Abb. 16). Aus Abb. 5 kann man entnehmen, daß zur Zeit der Zündung der Hauptentladung (8 μ sec nach Beginn der Vorentladung) ein annähernd homogenes Feld von rund 500 Gauß vorhanden ist, das nicht stark vom Stabilisierungsfeld abhängt. Dieses ist der Abb. 16 zugrunde gelegt. Das hier angeschnittene Problem der von der Vorionisierung herrührenden Felder kann von Bedeutung sein, da diese bei der Kompression auf erhebliche Werte ansteigen und einen Einfluß auf die Stabilität der Hauptentladung haben können. Beim normalen Pinch z. B. führen azimutale Felder im Plasmainterne zu einer unerwünschten Verringerung der Stabilität¹⁷, und auch beim Hohlpinch wird dies der Fall sein.

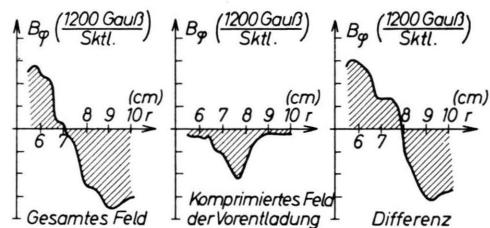


Abb. 16. Aufteilung des azimutalen Feldes der Abb. 15 c nach 0,9 μ sec (1000 Gauß, $7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 30 kV).

¹⁷ R. J. TAYLER, Proc. Phys. Soc., Lond. B **70**, 31 [1957].

b) Spektroskopische Untersuchungen

Bei den spektroskopischen Untersuchungen mit Hilfe eines Monochromators und eines Multipliers wird die relative Intensität bestimmter Spektrallinien in ihrer Abhängigkeit von der Zeit gewonnen. Eine ins einzelne gehende Deutung der Resultate ist nicht möglich. Einerseits ändern sich die Teildichten räumlich und zeitlich durch Plasmabewegungen und durch Wechselwirkung mit den Glaswänden und Elektroden, andererseits ändern sich aber auch die Temperaturen ziemlich schnell (falls überhaupt die Voraussetzungen dafür erfüllt sind, daß man stets von Temperatur sprechen kann), was auf Grund der SAHA-Gleichung zu Änderungen in den Konzentrationen der verschiedenen Ionisationsstufen eines Elementes führt.

Die reproduzierbarste aller Intensitätskurven ist die von D_β (4860 \AA). Sie zeigt einen Anstieg unmittelbar nach Beginn der Entladung. Schon nach etwa $0,4 \mu\text{sec}$ erreicht sie ihr Maximum, um dann schnell abzufallen (Abb. 17).

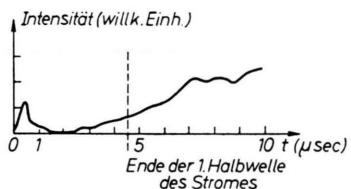


Abb. 17. Intensität der D_β -Linie, $\lambda=4860 \text{ \AA}$ (1000 Gauß, $7 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}$, 30 kV).

Zunächst wird also mit zunehmender Temperatur die D_β -Linie mehr und mehr angeregt, erreicht ein Maximum ihrer Intensität, die dann bei weiter steigender Temperatur wieder abfällt. Bei etwa 20000°K verschwindet sie ganz, da dann nach der SAHA-Gleichung Deuterium praktisch voll ionisiert ist. Nach 2,5 bis 4 μsec beginnt ein allmählicher und nicht gut reproduzierbarer Wiederanstieg, der jedoch problematisch ist und wahrscheinlich von einer Linie des einfach ionisierten Sauerstoffs herrührt, die beinahe mit der D_β -Linie zusammenfällt ($O II$, $\lambda=4861 \text{ \AA}$).

Für das Auftreten von Verunreinigungen ist hauptsächlich das verwendete Glasgefäß verantwortlich (Duran), weil auch das Elektrodenmaterial nur eine untergeordnete Rolle spielt (siehe z. B. auch Anm. ¹²). Es wurden also hauptsächlich die Linien von O, Ca, Si usw. beobachtet. Die Frage ist nun, welchen Einfluß das Stabilisierungsfeld auf sie hat. Dabei zeigt

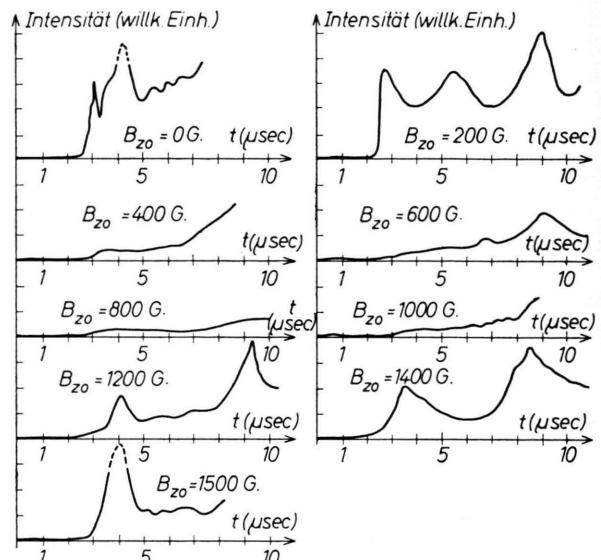


Abb. 18. Intensitätsverlauf von $Si II 5041 \text{ \AA}$ für verschiedene Stabilisierungsfelder B_{zo} ($7 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}$, 30 kV).

sich etwas Merkwürdiges. Zunächst nehmen die Intensitäten mit zunehmendem Feld ab, dann aber wieder zu, wenn das Feld weiter ansteigt. Ihr Minimum haben sie bei etwa 500 bis 1000 Gauß. Am deutlichsten zeigt sich dieser Effekt am Silicium. Beobachtet wurden hauptsächlich $Si I$, 3905 \AA , und $Si II$, 5041 \AA . Besonders die letzte Linie gehört zu den intensivsten überhaupt beobachteten. Abb. 25 zeigt ihr Verhalten in Abhängigkeit vom Stabilisierungsfeld.

Insgesamt kann man sagen, daß bei Erstentladungen die Verunreinigungslinien zeitlich relativ scharf einsetzen. Bei Zweitentladungen dagegen ist der Beginn unscharf, und eine Abhängigkeit vom Magnetfeld läßt sich nicht feststellen. Das ist so zu verstehen, daß die Verunreinigungen durch ein plötzliches an-die-Wand-Schlagen des Plasmas infolge von Instabilitäten (in einem weiten Sinne dieses Wortes) in die Erstentladungen gelangen. In den Zweitentladungen sind sie dagegen zumindest teilweise von vornherein, d. h. von der Erstentladung her vorhanden.

c) Instabilitäten und Gleichtaktschwingungen

Die Vorstellungen des 2. Abschnittes können nur zutreffend sein, bis das Plasma instabil und infolgedessen an die Wände geschleudert wird, oder bis die Bewegung des Plasmas aus anderen Gründen gebremst wird. Das zweite ist der Fall, wenn die

Gleichtaktschwingung solche Amplituden erreicht, daß das Plasma an eine der Gefäßwände stößt. In beiden Fällen treten dann bei der spektroskopischen Untersuchung die Linien von Verunreinigungen auf. Der geschilderte experimentelle Befund (Minimum der Lichtintensitäten bei 500 bis 1000 Gauß) spricht dafür, daß beide Mechanismen sich überlagern. Denn aus theoretischen Gründen muß man annehmen, daß mit zunehmendem Stabilisierungsfeld auch die Stabilität stets zunimmt. Die anfängliche Abnahme der Intensitäten ist dann als Zunahme der Stabilität zu deuten. Die Wiederzunahme der Intensitäten dagegen wird den Gleichtaktschwingungen des Plasmas zugeschrieben. Mit zunehmendem Stabilisierungsfeld wird die Plasmeschicht immer dicker, so daß sie bei ihren Gleichtaktschwingungen immer leichter die Gefäßwände berühren kann. Die Abb. 18 läßt sich dann so interpretieren, daß es zunächst (z. B. bei 1200 Gauß) nur zu einer flüchtigen Berührung zwischen den äußeren Plasmeschichten und der Gefäßwand kommt. Mit weiter zunehmendem Feld wird diese Berührung auf Grund des dicker werdenden Plasmas stärker, um sich schließlich bei 1400 bis 1500 Gauß heftig auszuwirken.

Diese Vorstellung läßt sich noch unterbauen, wenn man zu den Monochromatorsignalen Signale von Flußschleifen und Sonden hinzunimmt. Abb. 19 zeigt Sondensignale bei 0 und 1000 Gauß Stabilisierungsfeld. Bei 1000 Gauß tritt der unreproduzierbare Anstieg bzw. Abfall der longitudinalen Feldstärke später und langsamer ein. Abb. 20 zeigt von einer einzigen Entladung stammend ($j_a + j_i$), ($j_a - j_i$), $\Delta\Phi_i$, $\Delta\Phi_a$, ein Sondensignal und ein Monochromatorsignal. Das Stabilisierungsfeld ist dabei 1400 Gauß. Der Anstieg des Monochromatorsignals erfolgt zu einer Zeit, zu der die bei 10,5 cm, d. h. außerhalb des Gefäßradius, befindliche Sonde ein auf null zurückgehendes Signal zeigt (d. h., es wird wieder das Ausgangsfeld von 1400 Gauß erreicht). Dasselbe gilt für das Signal $\Delta\Phi_a$ der äußeren Flußschleife. Die innere Flußschleife zeigt ein von null verschiedenes Signal $\Delta\Phi_i$. Dies bedeutet, daß sich das Plasma nicht in der Nähe der inneren Gefäßwand befindet, sondern eine Berührung zwischen Plasma und äußerer Gefäßwand erfolgt. Das wird auch dadurch gestützt, daß die Kurve ($j_a - j_i$) einen plötzlichen Knick an einer Stelle zeigt, die entsprechend der vorher gegebenen Regel extreme Außenlage der Plasmeschicht bedeutet. Überhaupt ist es interessant, sich

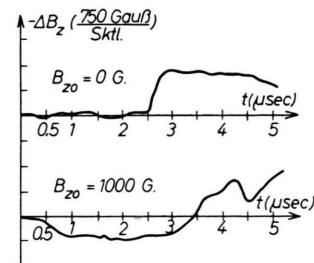


Abb. 19. Vergleich zweier Sondensignale $-\Delta B_z$ ($B_z = B_{z0} + \Delta B_z$), Sonde in beiden Fällen bei $r = 10,5$ cm ($7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 30 kV).

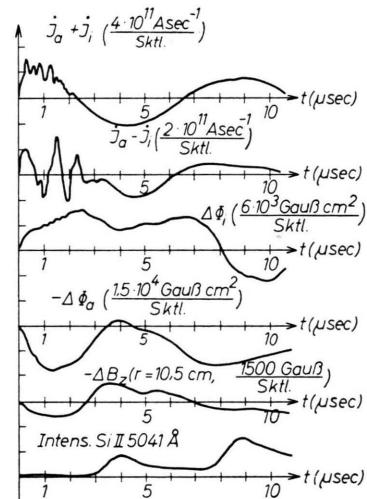


Abb. 20. $j_a + j_i$, $j_a - j_i$, $\Delta\Phi_i$, $\Delta\Phi_a$, Sondensignal und Monochromatorsignal, alle von einer Entladung (1400 Gauß, $7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 30 kV).

den Verlauf von ($j_a - j_i$) für verschiedene Stabilisierungsfelder anzusehen. Abb. 21 gibt eine Reihe von Beispielen. Zunächst, bei 0 Gauß, ändert sich der Kurvencharakter etwa nach 3 μ sec in der Gegend des dritten Minimums. Bei 200 Gauß passiert dies erst nach 4 μ sec und in der Gegend des vierten Minimums, das sich zusätzlich ausbildet. Bei 400 und 500 Gauß ist es ganz ähnlich. Bei 600 Gauß jedoch wird dieser Gang bereits wieder rückläufig. Das vierte Maximum bildet sich nicht mehr richtig aus. Bei 800 Gauß bilden sich nur noch zwei Minima voll aus, und vor dem dritten biegt die Kurve bereits ab. Die Kurven bei 1000, 1200 und 1500 Gauß sind einander sehr ähnlich. Es ergeben sich drei Maxima und zwei Minima, und in dem Wendepunkt, der dem dritten Maximum folgt, hören die Schwingungen auf. Nur die Heftigkeit der Änderung an dieser Stelle nimmt von 1000 zu 1500 Gauß hin zu. Das

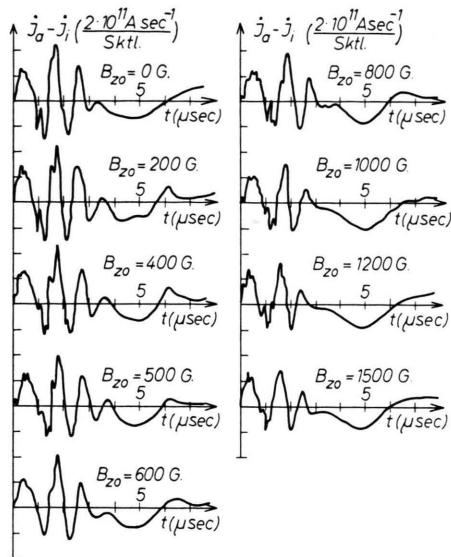


Abb. 21. $j_a - j_i$ für verschiedene Stabilisierungsfelder B_{z0} von 0 bis 1500 Gauß ($7 \cdot 10^{-2}$ Torr, 30 kV).

heißt, der Effekt, der bei 1500 Gauß so merklich wird, ist bereits bei 1000 Gauß ausgebildet. Er ist nur in seinen Auswirkungen noch wesentlich milder. Auch bei 1000 Gauß beobachtet man ja bereits das Ansteigen von Strahlung, wenn auch noch äußerst schwach. Unter den hier herrschenden Bedingungen liegt also das Optimum bei einem Stabilisierungsfeld von 500 Gauß.

Im 2. Abschnitt hat eine linearisierte Theorie auf den Begriff der beiden Schwingstypen geführt.

Eine linearisierte Theorie gibt aber keinerlei Auskunft über die Amplituden, sondern nur über deren Verhältnisse. Man muß sich also fragen, welcher Mechanismus die verschiedenen Schwingungen anregt und welche Amplituden dabei erreicht werden können. Im Fall der Gleichtaktschwingungen ist natürlich die Krümmung des Entladungsgefäßes für deren Anregung verantwortlich. Man muß die Krümmung des Entladungsgefäßes so verringern, daß die Gleichtaktschwingungen praktisch keine Rolle mehr spielen. Dies ist auch vorgesehen, setzt aber eine entsprechende Vergrößerung der Kondensatorbatterie voraus, da mit zunehmendem Radius, aber gleichbleibenden Strömen die azimutalen Kompressionsfelder zu klein werden. Dann kann man hoffen, die Rolle der Instabilitäten isoliert und klarer zu sehen.

Obwohl also zunächst ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment in bezug auf Stabilitätsfragen nicht möglich ist, soll in der folgenden Arbeit¹⁸ eine theoretische Betrachtung der Instabilitäten des Hohlpinches erfolgen.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, allen zu danken, die mich unterstützten: Herrn Professor Dr. E. FÜNFER, der diese Arbeit erst ermöglichte, Herrn Dr. W. KÖPPENDÖRFER für experimentelle Ratschläge und insbesondere für die Überlassung von ihm gebauter Sonden und Frau G. HAIN für die Durchführung der numerischen Rechnungen mit der G 2 des Max-Planck-Institutes für Physik und Astrophysik.

¹⁸ G. LEHNER, Z. Naturforschg. 16a [1961], im Druck.